استعمال خوارزمية GRG اللاخطية في بناء محفظة الأسهم المثلى

دراسة تحليلية في سوق العراق للأوراق المالية

Using the nonlinear GRG algorithm to build the optimal stock portfolio

Analytical study of the Iraqi Stock Exchange

أ.د ميثم ربيع هادي الحسناوي
Maitham Rabee Hadi Al-Hassnawi
جامعة كربلاء/ كلية الادارة والاقتصاد
maithamhadi@gmail.com

ساره عارف ابنية الجبوري
Sara Arif Abnea Al-Jubouri
جامعة كربلاء / كلية الإدارة والاقتصاد
saragj933@gmai.com

الملخص

يعد مفهوم التنويع جوهر ما جاءت به نظرية المحفظة الحديثة لماركوتز عام 1952 ، اذا اعطى ماركويتز وصفاً للحد الكفؤ الذي يشكل مجموعة من المحافظ الكفؤة والتي تفضي الى اعلى عائد عند مستوى معين من المخاطرة او التي تفضي الى ادنى مخاطرة عند مستوى معين من العائد تمهيداً لتحديد المحفظة الخطرة المثلى . وعلى الرغم من التطور الذي احدثته نظرية المحفظة الحديثة الا انها تعاني من صعوبة تطبيقها العملي المتمثل بمشكلة البرمجة التربيعية . وفي هذه الدراسة سوف نقوم بحل مشكلة البرمجة التربيعية تمهيداً لتمكين المستثمر اختيار محفظة المثلى وذلك عبر خوارزمية الامثلية اللاخطية المسماة خوارزمية تدنية درجة الانحدار المعممة (GRG) اللاخطية

الكمات المفتاحية : المحفظة المثلى ، خوارزمية تدنية درجة الانحدار المعممة (GRG) اللاخطية ، الحد الكفؤ ، نظرية المحفظة الحديثة.

Abstract

The concept of diversification is the essence of what was brought by Markowitz's modern portfolio theory in 1952, if Markowitz gave a description of the efficient frontier that constitutes a group of efficient portfolios that lead to the highest return at a certain level of risk or that lead to the lowest risk at a certain level of return in preparation for determining the portfolio optimal risk. Despite the development brought about by the modern portfolio theory, it suffers from the difficulty of its practical application represented by the problem of quadratic programming. In this study, we will solve the problem of quadratic programming in preparation for enabling the investor to choose the optimal portfolio through the nonlinear optimization algorithm called the nonlinear generalized reduced gradient algorithm (GRG).

Keywords: portfolio optimum, nonlinear generalized reduced gradient (GRG) algorithm, efficient frontier, modern portfolio theory.

1.المقدمة

الأمثلية هي إيجاد الاحد الأدنى او (الحد الأقصى) لقيم دالة الهدف (Biggs,2005:1) اذ تستند تحقيق الأمثلية للمحافظ الاستثمارية الى حل مشكلة رسم الحد الكفؤ تمهيداً لتمكين المستثمر اختيار محفظة المثلى والتي تأخذ احدى الصيغتين، اما تدنيه الانحراف المعياري او (التباين) للمحفظة مع مراعاة العائد المستهدف او تعظيم العائد مع مراعاة الانحراف المعياري او (التباين) المستهدف. (Bailey and Deprado ,2013: 2) بحيث يجري قياس العائد بمتوسط العائد ويجري قياس المخاطرة بالانحراف المعياري او (التباين) والتي تمثل بالنهاية مشكلة برمجة تربيعية على وفق طروحات ماركويتز . على اثرها جرت صيغة العديد من مقاييس المخاطر مما أدى الى خلق عائلة كاملة من نماذج (العائد – المخاطرة) .(Mansini , et. Al, 2003:2)

اقترح ماركويتز عام 1959 خوارزمية الخط الحرج (Algorithm CAL–Critical Line) لإيجاد المحافظ الكفؤة , والتي تعمل على إعادة صياغة البرمجة التربيعية المعلمية (Parametric Quadratic Programming) , الا إنَّ العيب الرئيس لهذه الطريقة هو الوقت اللازم لحساب مصفوفة التباين المشترك من البيانات التاريخية وصعوبة حل مشكلة البرمجة التربيعية واسعة النطاق (Ehrgott, et.al , 2004:753) وبسبب الصعوبات الحسابية هذه لم يجري اعتماد أسلوب ماركويتز لاختيار المحافظ اليومية ، على الرغم من أنَّ وولف (Wolfe) في عام 1959 قدم اجراءً حسابياً اكثر كفاءة وعمومية (Moore, 1972: 117) هذا الاجراء هو طريقة السمبلكس (Simplex) للبرمجة التربيعية ، لان خوارزمية الخط الحرج لماركويتز (CLA) لا تعمل حينما توجد قيود عدم مساواة إضافية على المجموعة الخطية مما يستوجب تغيير المشكلة للتخلص من هذه القيود ، (Hoogenband 2017: 26,) وعلى الرغم من ذلك كان لطريقة الخط الحرج لماركويتز (CAL) الدور الأساس لإلهام وولف لطرح طريقته وقد جذبت هذه الأخيرة الكثير من المهتمين بالبرمجة الرياضية المالية واحد اهم هؤلاء هو جورج دانزيج (Dantzig) الذي طور مجموعة متنوعة من خوارزميات (ماركويتز – وولف) (Guerard ,2010: 207) ،

اذ قدم دانزيج Dantzig 1961 خوارزمية خاصة به وهي شكل من اشكال خوارزمية وولف ، الا إنَّ الفرق الأساسي بينهما يكمن في قاعدة الاختيار الأكثر صرامة والتي تفضي الى بلوغ الحل الأساسي الممكن وليس حلاً ثنائيا غير ممكن ، كذلك يعُتقد انها اكثر كفاءه من الناحية الحسابية ، بسبب قدرتها على تحقيق تدني اكبر في دالة التباين التربيعية عند كل محاولة (Dantzig ,1961:1).

وأوضح شارب (Sharpe,1971) انه على الرغم من القبول الواسع النطاق للأساليب التبسيطية لاختيار المحافظ وخصوصاً (نموذج المؤشر الواحد) في المجتمع الاكاديمي وتجارب مجتمع الاستثمار . الا إنَّ هناك القليل ممن تبنى هذه الأساليب لاختيار المحافظ اليومية . لأسباب قد تتعلق جزئيا بالقيود الحسابية ,اذ من الصعب الحصول على برامج موثوقة وسهلة الاستخدام وغير مكلفة وقادرة على حل مشاكل البرمجة التربيعية العامة فضلا عن أنَّ برامج المؤشر الواحد المتاحة من قبل معظم الممارسين تعد غير كافية ،وعلى الرغم من أن البرمجة التربيعية لا تزال تعد إجراء مقصوراً على فئة معينة ، إلا إنَّ البرمجة الخطية أصبحت شائعة بشكل متزايد وتتوفر برامج قوية وموثوقة وكفؤة نسبيًا على نطاق واسع.(sharp , 1971 : 1263–1264) . لذا اقُترحت بعد طروحات شارب العديد من مقاييس المخاطرة متعددة الابعاد افضت الى نماذج أمثليه تستند الى البرمجة الخطية و تستخدم متغيرات عشوائية متقطعة بظل سيناريوهات محددة ، ابسط مقاييس البرمجة الخطية للمخاطرة هي مقياس نصف التباين (Ogryczak and Sliwinski , 2010:901)

وقد اقترح الباحثان كونو ويامازاكي (Konno and Yamazaki 1991) مقياساً للمخاطر يُستخدم في حل مشكلة امثليه المحفظة وهو الانحراف المتوسط المطلق (MAD)الذي يستخدم الانحراف المتوسط المطلق كمقياس للمخاطر ، (Bagcı and Konak, 2016:31) ، واوضح الباحثان انه في ظل افتراض التوزيع الطبيعي للعائد ، فأن نموذج (MAD) يعادل نموذج (الوسط – التباين) التربيعي (Mansini and Speranza , 2005:919) اذ إنَّ المحفظة المثلى التي يجري بنائها بواسطة نموذج (MAD) تفضي الى تدنية الانحراف المتوسط المطلق للعائد عند متوسط عائد معين . اذ جرت صياغة هذا النموذج كدالة خطية يجري حلها باستخدام تقنيات البرمجة الخطية ،ومن ثمَّ تجنب صعوبات البرمجة التربيعية .(alrabadi , 2016:4)

جادل يتزاكي(Yitzhaki2003) بأن نموذج (GMD– Gini mean difference)الذي قدمة جيني(Gini) لأول مرة عام 1912 من اكثر المقاييس تشابها مع التباين و يشترك معه في العديد من الخصائص. ومع ذلك يكون التباين مناسباً بل ومتفوقا على GMD في حال كون توزيعات البيانات مقاربة للطبيعية ، بينما GMD يكون افضل في حال كانت البيانات بعيده عن التوزيع الطبيعي.(Yitzhaki,2003:285) ; (, Haye and Zizler (2019:43

قدم الباحث يونغ (Young,1998)نموذج تدنية اقصى خسارة (minimax model) (Mansini and Speranza , 2005:920) , اذ تعرُف المحفظة المثلى بمقتضاه على أنّها المحفظة التي تستهدف تدنية اقصى خسارة عن المدد التاريخية الماضية ، وذلك وفقاً للقيد المفروض على ادنى متوسط عائد مقبول طوال المدد المدروسة . هذا المبدأ يفضي الى اختيار محفظة مشابه لقاعدة اختيار المحفظة لماركويتز 1991 في حال كون العائدات تتوزع تقريباً توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات . (Young , 1998 : 673)

اقترح بعض الباحثين ايضا القيمة المعرضة للخطر (VaR) كمقياس للمخاطر والتي تعرف بأنها أقصى خسارة يمكن أن تتعرض لها المحفظة في ظل مستوى ثقة معين وخلال أفق زمني معين (Jorion , 1996 :47). و القيمة المعرضة للمخاطرة هي مقياس احصائي يُعبر عنه برقم واحد يصف مجمل الخسائر المحتملة للمحفظة ، أي إنها ببساطة طريقة لوصف حجم الخسائر المحتملة في المحفظة (Linsmeier and Pearson , 2000:48) . ولتقدير VaR هناك ثلاث طرائق ، الطريقة الرئيسة هي المعلمية (المعروفة بالطريقة التحليلية أو طريقة الارتباط) ايضا والتي تعتمد على تقدير مصفوفة التباين – التباين المشترك لعائدات الموجودات ، اما الطريقتين الاخريين هما : المحاكاة التاريخية والمحاكاة العشوائية (المعروف باسم محاكاة مونت كارلو) ايضا. (Simons , 1996:11)

على الرغم من أن القيمة المعرضة للمخاطرة هي مقياس شائع جدًا للمخاطر ، إلا إنها غير مستقرة ويصعب التعامل معه عدديًا حينما يكون للخسائر توزيع غير طبيعي ، وهو ما يحدث في الواقع غالبًا ، لأن توزيعات الخسارة تميل إلى إظهار "ذيول عريضة" .(Rockafellar and Uryasev ,2002:1444) فضلا عن ذلك لا تقدم (VaR) أية معلومات عن الحجم الفعلي لخسارة المحفظة . وكذلك تناقضها مع مبدأ التنويع ، وذلك لأنه قد تكون قيمة المخاطرة للموجودات الفردية اقل من مخاطرة المحفظة ككل (Kidd, 2012:1–2) ، لذلك جرت تطوير مقياساً اخر للمخاطرة يُعد بديلاً او مكملا للقيمة المعرضة للمخاطرة ، هذا المقياس هو القيمة المعرضة للمخاطر الشرطية (CVAR) (Krokhma , et. al, 2001:4) والتي تُعرف أيضًا باسم متوسط الخسارة الفاضة أو ذيل القيمة المعرضة للمخاطر (Rockafellar and Uryasev ,1999:2) ويجري حساب CVaR بأخذ المتوسط الموزون لتقدير القيمة المعرضة للمخاطر والخسائر المتوقعة ما بعد القيمة المعرضة للمخاطر. (Kidd, 2012:2) اذ تشير التجارب العددية أن تدنية (CVaR) يفضي إلى حلول شبه مثالية ايضا من حيث القيمة المعرضة للمخاطر لأن CVaR دائمًا أكبر من القيمة المعرضة للمخاطر أو مساويًا لها. علاوة على ذلك ،حينما يكون منحنى (العائد – الخسارة) موزعاً توزيعاً طبيعيًاً ، فإن هذين المقياسين يكونان متكافئين ، أي أنهما يفضيان الى نفس المحفظة المثلى. (Palmquist , et. al, 1999:3)

في هذه الدراسة سوف نقوم بحل مشكلة رسم الحد الكفؤ لماركويتز تمهيداً لتمكين المستثمر اختيار محفظة المثلى وذلك عبر خوارزمية الأمثلية اللاخطية المسماة خوارزمية تدنية درجة الانحدار المعممة (GRG) اللاخطية.

2.منهجية الدراسة

2-1 مشكلة الدراسة

تعتمد نظرية المحفظة الحديثة لماركويتز على نموذج (المتوسط – التباين) الذي يقيس العائد بالوسط الحسابي، والمخاطر، بالتباين والانحراف المعياري. ينتج هذا النموذج محافظ كفؤة تفضي اما الى تعظيم العائد لمستوى معين من المخاطرة او تدنية المخاطرة لمستوى معين من العائد، حيث تشكل هذه المحافظ مجتمعةً ما يسمى بالحد الكفؤ، والذي يمثل مشكلة برمجة تربيعية نحاول حلها باستعمال خوارزمية GRG اللاخطية.

تسعى هذه الدراسة الى الإجابة على التساؤلات الاتية:

1. هل بإمكان خوارزمية (GRG) بناء المحفظة الخطرة المثلى المفضلة لدى جميع المستثمرين في السوق؟
2. هل إنَّ مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي لا يّعد المحفظة الخطرة المثلى طبقاً لمدخل ماركويتز؟

2-2 فرضيات الدراسة

في ضوء ابعاد مشكلة الدراسة فأن فرضياتها كالاتي :

1. ليس بمقدور خوارزمية (GRG) بناء المحفظة الخطرة المثلى المفضلة لدى جميع المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية .
2. يعّد مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي المحفظة الخطرة المثلى وفقاً لمدخل ماركويتز

2-3 اهداف الدراسة

1. رسم الحدّ الكفؤ لماركويتز واشتقاق الحد الكفؤ لتوبين (خط سوق راس المال –CML) تمهيدا لتحديد المحفظة الخطرة المثلى لجميع المستثمرين.
2. بيان فيما اذا كان مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي يمثل فعليا محفظة السوق الخطرة المثلى التي ينبغي أن يتبناها جميع المستثمرين في اتخاذهم لقرار بناء محافظهم الاستثمارية .

2-4 أهمية الدراسة

تكتسب هذه الدراسة أهميتها من أهمية موضوعها وكالاتي:

1. تقدم هذه الدراسة دليل عملي للمستثمر في سوق العراق للأوراق المالية لبناء محافظهم الكفؤة وتحديد المحفظة الخطرة المثلى بطريقة سهلة ومرنة .
2. تبرز اهميتها في تشخيص قدرة مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي في تمثيل محفظة السوق الفعلية والتي تعد محفظة افضل مبادلة بين العائد والمخاطرة بنضر جميع المستثمرين وعليه فان هذه الدراسة تسهم في تذليل الصعوبات والتعقيدات التي تواجه المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية في بناء محافظهم الاستثمارية.

2-5 مجتمع وعينة الدراسة

يتمثل مجتمع الدراسة بجميع الشركات المدرجة في سوق العراق للأوراق المالية والبالغة (130) شركة، اما عينة الدراسة فهي اسهم شركات المجتمع الذي يلبي الشرطين الآتيين :

1. إنَّ تكون الشركة مدرجة في سوق العراق للأوراق المالية ومستمرة بالتداول طوال مدة المعاينة. وتستبعد الشركات الحديثة الادراج و المشطوبة كونها لا تمثل السوق عن كامل مدة المعاينة
2. إنّ لا يقل عدد المشاهدات للشركة الواحدة عن 71مشاهدة

وبإخضاع جميع شركات المجتمع للشرطين أنفين الذكر يتبين أنَّ هناك 39 شركة فقط تلبي هذين الشرطين والتي أصبحت تمثل عينة الدراسة . ويعرض الجدول (1) الشركات عينة الدراسة مصنفة بحسب القطاعات .

الجدول (1) الشركات عينة الدراسة

القطاعات	الشركات	الرمز
قطاع الصناعة	بغداد لصناعة مواد التغليف	IBPM
	بغداد للمشروبات الغازية	IBSD
	العراقية لتصنيع وتسويق التمور	IIDP
	العراقية للسجاد والمفروشات	IITC
	الكندي لإنتاج اللقاحات البيطرية	IKLV
	المنصور للصناعات الدوائية	IMAP
	الخياطة الحديثة	IMOS
	الوطنية للصناعات الكيمياوية والبلاستيكية	INCP
	الالبسة الجاهزة	IRMC
قطـــــــــاع المصارف	مصرف الاستثمار العراقي	BIBI
	مصرف اشور الدولي للاستثمار	BASH
	مصرف بغداد	BBOB
	المصرف التجاري العراقي	BCOI
	مصرف الخليج التجاري	BGUC
	المصرف العراقي الإسلامي	BIIB
	مصرف الشرق الأوسط للاستثمار	BIME
	مصرف كردستان الدولي الإسلامي	BKUI
	مصرف الموصل للتنمية والاستثمار	BMFI
	مصرف المنصور للاستثمار	BMNS
	المصرف الوطني الإسلامي	BNAI
	المصرف الأهلي العراقي	BNOI

	مصرف الائتمان العراقي	BROI
	مصرف المتحد للاستثمار	BUND
قطاع الفنادق	فندق بغداد	HBAG
	فندق بابل	HBAY
	فنادق كربلاء	HKAR
	فنادق المنصور	HMAN
	الوطنية للاستثمارات السياحية والمشاريع	HNTI
	فندق فلسطين	HPAL
قطاع النقل	بغداد العراق للنقل العام	SBPT
	مدينة العاب الكرخ السياحية	SKTA
	المعمورة للخدمات العقارية	SMRI
	النخبة للمقاولات العامة والاستثمارات	SNUC
قطاع الزراعة	الاهلية للإنتاج الزراعي	AAHP
	العراقية لإنتاج وتسويق اللحوم	AIPM
	العراقية للمنتجات الزراعية	AIRP
قطاع التامين	الامين للتامين	NAME
	الخلج للتامين	NGIR
قطاع الاتصالات	اسيا سيل للاتصالات	TASC

المصدر: من اعداد الباحثة

6-2 بيانات الدراسة ومدتها

من اجل تحقيق اهداف الدراسة جرت الاستعانة بالبيانات والمدد الاتية:

1. قيم أسعار الاغلاق الشهرية للشركات المدرجة في سوق العراق للأوراق المالية عينة الدراسة ولمؤشر سوق العراق للأوراق المالية وللمدة من شهر مارس 2015 ولغاية شهر يناير 2021.
2. سعر الفائدة على حوالات الخزينة العراقية في المدة نفسها.

2-7 إجراءات وأساليب الدراسة

تتمثل إجراءات وأساليب الدراسة في المعادلات الاتية:

1. حساب متوسط العائد الشهري للاسهم عينة الدراسة ومؤشر السوق ايضاً .
2. حساب التباين والانحراف المعياري للأسهم عينة الدراسة ومؤشر السوق ايضاً.
3. حساب مصفوفة الارتباط وذلك عبر حساب معاملات الارتباط بين عائدات الأسهم الشهرية عينة الدراسة.
4. حساب مصفوفة التباين المشترك للأسهم عينة الدراسة .
5. بناء المحافظ ورسم الحد الكفؤ بواسطة خوارزمية (GRG) اللاخطية.
6. حساب مؤشر شارب لجميع المحافظ الكفؤة المبنية باستعمال خوارزمية GRG، بالإضافة الى حساب مؤشر شارب لمحفظة السوق.
7. رسم خط سوق راس المال CML بضوء معدل العائد الخالي من المخاطرة من اجل تحديد المحفظة الخطرة المثلى.

3. نظرية المحفظة الحديثة

تعد نظرية المحفظة الحديثة ثورة في إدارة الاستثمار, وذلك لان ممارسات الاستثمار المهني بدأت في إدراك أهمية منظور المحفظة في تحقيق أهداف الاستثمار ، كذلك نشر المعرفة والبدء في استخدام الأساليب الكمية في إدارة المحافظ . (Maginn, et . al, 2007:4) على وفق ذلك يعد ماركويتز أبو نظرية المحفظة الحديثة و أول شخص يحدد العلاقة بين الموجودات (Bai ,2013: 2).

تفترض نظرية المحفظة الحديثة أن المستثمرين عقلانيون وأن الأسواق تتسم بالكفاءة, (Osayi , et. al,2019:87) وبما أَن المستثمر عقلاني فسوف يختار المحفظة التي توازن بين بعدي (العائد المخاطره) او (الوسط – التباين)(Hagin,2004:103) والتي تفضي الى اعلى عائد عند مستوى معين من المخاطرة او التي تفضي الى ادنى مخاطرة عند مستوى معين من العائد . وبهذا المعنى فأن الافتراض القائل بأن هناك امكانيه بناء محفظة يمكن أن تحقق اقصى عائد متوقع لأدنى مخاطرة غير مقبولة.(Markowitz , 1952: 79) وإن هذه التوليفات من المحافظ تسمى بالمحافظ الكفؤه والتي تشكل منحنى يسمى بالحد الكفؤ الذي يبدأ من محفظة ادنى تباين وينتهي بمحفظة اقصى عائد(Sivarajan , 2018 :29); (Francis and Kim,2013:19) و يقع في الجزء الشمال الغربي في فضاء العائد والمخاطرة (Corrado and Jordan , 2001 :29), وان المحفظة المثلى لأي مستثمر هي تلك المحفظة التي تقع على الحد الكفؤ وتلامس منحنى المنفعة الخاص بالمستثمر الذي يعكس درجة تفضيله للمخاطرة(Michaud ,, 1989:32) وعلى الرغم من ذلك فان المشكلة الرئيسة لإيجاد الحد الكفؤ تكمن في حل مشكلة البرمجة التربيعية لجميع القيم الممكنة (Anagnostopoulos and Mamanis,2009:100).

بنـي نمـوذج مـاركويتز علـى مجموعـة مـن الافتراضـات التـي تتعلـق بسلوك المستثمر: (Reilly and ; Pinate and (Jones,2013:209); (Hiriyappa,2008:195)Brown,2012:183) (Oropeza,2013:4);

1- العائد المتوقع والتباين هما المعلمتان الوحيدتان اللتان تؤثران على قرار المستثمر.

2- يقدر المستثمرون مخاطر المحفظة على اساس التقلب في العائدات المتوقعة

3- يقيم المستثمرون كل بديل استثماري على أساس التوزيع الاحتمالي لعائداته المتوقعة خلال مدة الاحتفاظ

4- يسعى المستثمرون الى تعظيم المنفعة المتوقعة. وتعكس منحنيات المنفعة الخاصة بهم المنفعة الحدية المتناقصة للثروة .

5- يفضل المستثمرون العائدات الأعلى على العائدات الأدنى ، عند مستوى معين من المخاطرة . وبالمثل ، يفضل المستثمرون المخاطرة الأقل على المخاطرة الأعلى ، عند مستوى معين من العائد المتوقع .

وعلى الرغم من نجاح نموذج ماركويتز من الناحية النظرية الا ان تطبيقه العملي يكتنفه عدة صعوبات تتمثل في الاتي: (Elton , et.al ,1976:1341) ;(Plessis and Ward,2009:40)

1- يتطلب نموذج ماركويتز الى عدد كبير من المدخلات ,وإنَّ كمية البيانات الكبيرة هذه تؤدي الى صعوبة تقدير مصفوفة التباين المشترك بين كل زوج من الاوراق المالية وتزداد المسالة صعوبة وتعقيد كلما ازداد عدد الاوراق المالية الداخلة في بناء المحفظة , مما تثير الشكوك حول امكانية ايجاد تنبؤات دقيقه وموثوقة في النموذج .

2- تعقيدات حسابية تتمثل في صعوبة ايجاد حل لمشكلة البرمجة التربيعية المصاحبة لمصفوفة التباين المشترك.

الصيغة الرياضية لخوارزمية GRG اللاخطية

اذ تتمثل الفكرة الرئيسة لهذه الطريقة في حل المشكلة اللاخطية التي تتعامل مع قيود المساواة وعدم المساواة. كذلك يمكن تحويل قيود عدم المساواة الى مساواة عن طريق إضافة المتغيرات الوهمية (Slack Variable) .اما المتغيرات الاصلية فيجري تقسيمها إلى المتغيرات الاساسية (التابعة); والمتغيرات غير الاساسية (المستقلة). بعد ذلك ، يُحسب الحد الأدنى للانحدار تمهيداً لإيجاد الحد الأدنى لدالة الهدف. وتتكرر هذه العملية حتى يقترب الحل من النقطة المثلى . (Maia ,et . al ,2017:62) (Yeniay, 2005 :167) اذ تعمل خوارزمية(GRG)على حل مشكلة البرمجة اللاخطية الاتية :(lasbon ,et.al, 1975: 2)

Minimiz $g_{m+1}(x)$

Subject to :

$$g_i(x) \quad i=1 \quad neq \quad .....(1)$$

$$0 \leq g_i(x) \leq ub\ (n+i), \qquad i= neq+1,m, \quad ..... \quad (2)$$

$$lb(i) \leq x_i \leq ub(i), \qquad i= 1,n, \quad ..... \quad (3)$$

اذ ان :

X = متجه يتكون من n من المتغيرات

$gi =$ داله الهدف ، ومن المفترض ان تكون قابلة للتفاضل

neq = قيود المساواة

lb,ub = الحدود الدنيا والعليا

وبعد إضافة المتغيرات الوهمية X_{n+1} ..... X_{n+m} تصبح المعادلة بالشكل الاتي :

Minimiz $g_{m+1}(x)$

Subject to :

$$g_i(x) - X_{n+i} = 0 , \qquad i=1,m \qquad .....(4)$$

$$lb(i) \leq xi \leq ub(i) , \qquad i= 1,n+m \qquad .....(5)$$

$$lb(i) = ub(i) = 0 , \qquad i = n+1, n+ neq, \qquad .....(6)$$

$$lb(i) = 0 , \qquad i = n+ neq +1 , n+m \quad ... (7)$$

المعادلتان الاخيرتان هما حدود المتغيرات الوهمية ، اما المتغيرات من X_1.....X_n تسمى بالمتغيرات الطبيعية

بافتراض ان لا تلبي قيود المساواة المعادلة (3) و ان nb ضمن(gi) ومن ثمّ فان القيود تكون ملزمة (اي تكون بصيغة المساواة) وان القيد(gi) يكون ملزماً اذا .

$$| gi - ub(n+i) | < \epsilon \qquad or \qquad | gi - lb(n+i) | < \epsilon \qquad .....(8)$$

أي اذا كان ضمن احد حدود(ϵ) قيمة (ϵ) هو احد اهم معلمات الخوارزمية وبإمكان المستخدم تحديد قيمة افتراضية لها وقدرها (10^{-4}) .

تستخدم خوارزمية GRG معادلات قيود nb الملزمة لإيجاد الحل للمتغيرات الطبيعية nb (الأساسية) بدلالة المتغيرات الطبيعية n–nb (غير الأساسية) والوهمية المرتبطة بالقيود الملزمة . اذ تعّرف (n) بالمتغيرات غير الأساسية . بافتراض إن (y) هو متجه المتغيرات الأساسية و(x) متجه المتغيرات غير الأساسي ، وإنَّ قيمهم متكافئة عند $\bar{x}$ ، والتي يرمز اليها $(\bar{x}, \bar{y})$ ، ومن ثمَّ يمكن كتابة القيود الملزمة كالاتي : (lasdon , et .al, 1978:36);(Mantell and lasdon ,1977:582–583)

$$g\ (y,x) = 0 \qquad .....(9)$$

اذ إن: g متجه دالة القيود الملزمة

ينبغي تحديد المتغيرات الأساسية $nb\text{-}by\text{-}nb$ بحيث تكون مصفوفة الأساس $B=(\partial gi/\partial yj)$ مصفوفة غير احادية عند $\bar{x}$. بعدها يمكن للقيود الملزمة ان تجد حلاً لـ (y) بدلالة (x) ، وينتج عنها قيمة الدالة $y(x)$ لكل (y,x)قريبة بشكل كافي من $(\bar{y}, \bar{x})$ ، ويختصر الهدف الى دالة(X) فقط وكالاتي:

$$F(x) = (y(x),x)\ _{m+1}\ g \qquad .....(10)$$

ويختصر المشكلة الاصلية (على الأقل قريب من الزوج المرتب($\bar{y}, \bar{x}$) الى مشكلة ابسط واكثر اختصاراً وكالاتي :

$F(x)$ minimize

subject to :

$$l \leq x \leq u \qquad .....(11)$$

حيث إن:

l و u = متجها حدود x

$F(x)$ = دالة الهدف المتدني و انحداره

$\nabla F(x)$ = الانحدار المتدني.

تفضي خوارزمية GRG الى حل المشكلة الرئيسة عن طريق حل سلسلة من المشاكل المتدنية ، اذ تُحل المشاكل المتدنية بطريقة الانحدار .حيث يجري احتساب الأساس المعكوس B^{-1} ، في تكرار معين من تكرارات GRG وعند متغيرات غير أساسية $\bar{x}$ و متغيرات أساسية $\bar{y}$، ويقيم $\nabla F(x)$ على النحو الآتي:

$$\pi = (\partial g\ _{m+1}/\partial y)^T\ B^{-1} \qquad .....(12)$$

$$\partial F/\partial x_k = \partial g_{m+1}/\partial x_k - \pi\partial g/\partial x_k \qquad .....(13)$$

اتجاه بحث $\bar{d}$ يتكون من $\nabla F(x)$ و يبدأ بحث احادي البعد لحل المشكلة1 وكالاتي:

$$\text{minimize } F(\bar{x} + \alpha \bar{d}) \qquad \text{.....(14)}$$

$$\alpha > 0$$

هذه التدنية تحدث بشكل تقريبي فقط و تجري عبر اختيار سلسلة من القيم الموجبة $\{\alpha_1,\alpha_2,\ldots\}$ لـ α كذلك ينبغي أن يحسب $F(\bar{x}+\alpha_i \bar{d})$ لكل قيم αi في ضوء المعادلة (1−64) والتي تساوي $g_{m+1}(y(\bar{x}+\alpha_i \bar{d}),$ $\bar{x}+\alpha_i d)$ وذلك من اجل تحديد المتغيرات الأساسية $y\ (x + \alpha_i \bar{d})$.وهذه تستوفي شروط المعادلات .

$$g(y, \bar{x}+\alpha_i \bar{d}) = 0 \qquad \text{.....(15)}$$

اذ إن كل من $\bar{x}$ ، $\bar{d}$ ، و α_i معلومة و يكون المطلوب إيجاد y وهذا النظام يحل بأحد أنواع طرائق نيوتن.

4.التغطية التحليلية للدراسة

قبل البدء باستعمال الخوارزمية لابد من توفير جميع مدخلاتها وهي ما جرى تفصيله في المبحث السابق فضلا عن مصفوفة التباين المشترك. وهذه الاخيرة يتم الحصول عليها الاستناد للمعادلة (1−19) وبيانات الأسهم عينة الدراسة

وبعد أن اكتملت مدخلات استعمال خوارزمية (GRG) والمتمثلة بمدخلات مدخل ماركويتز والتي هي عائد ومخاطرة كل سهم بالعينة فضلا عن مصفوفة التباين المشترك بين عوائد الأسهم عينة الدراسة لم يتبقى سوى الإشارة الى ن الخوارزمية تستند لحل مشكلة بناء المحفظة الكفؤة لماركويتز بوصفها مشكلة برمجة بدالة هدف وقيود وهي كالاتي:

σ_p Min

By changing stock weights (wi)

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad \text{.....(16)}$$

$$w_i \leq \ 1 \qquad \text{.....(17)}$$

1 إذا كانت X غير مثلى، حينها يولد اتجاه بحث d ويبدأ البحث الأحادي البعد. إذا وجد البحث نقطة مثلى، يبدأ تكرار جديد. اما إذا فشل البحث و $d \neq -\nabla F$ حينها يضبط d الى $-\nabla F$ و يبدأ بحث جديد. و خلاف ذلك يتوقف البرنامج .(Lasdon,et.al,1978:38)

$$w_i \geq 0 \quad \text{.....(18)}$$

$$R_p = T\, R^*_P \quad \text{.....(19)}$$

اذ إن الخوارزمية وبعد تزويدها بالمدخلات وتعريفها بالمشكلة البرمجية أنفة الذكر، فهي تعمل على تحقيق دالة الهدف المتمثلة بتدنية مخاطرة المحفظة الى ادنى مستوى ممكن وذلك عبر التلاعب بالأوزان وتغييرها بتكرار لامتناهي لغاية الوصول الى النتيجة المرجوة وهي الحل الأمثل للمشكلة وذلك عبر الالتزام بالقيود المفروضة على الدالة . هذه القيود تنص بأن:

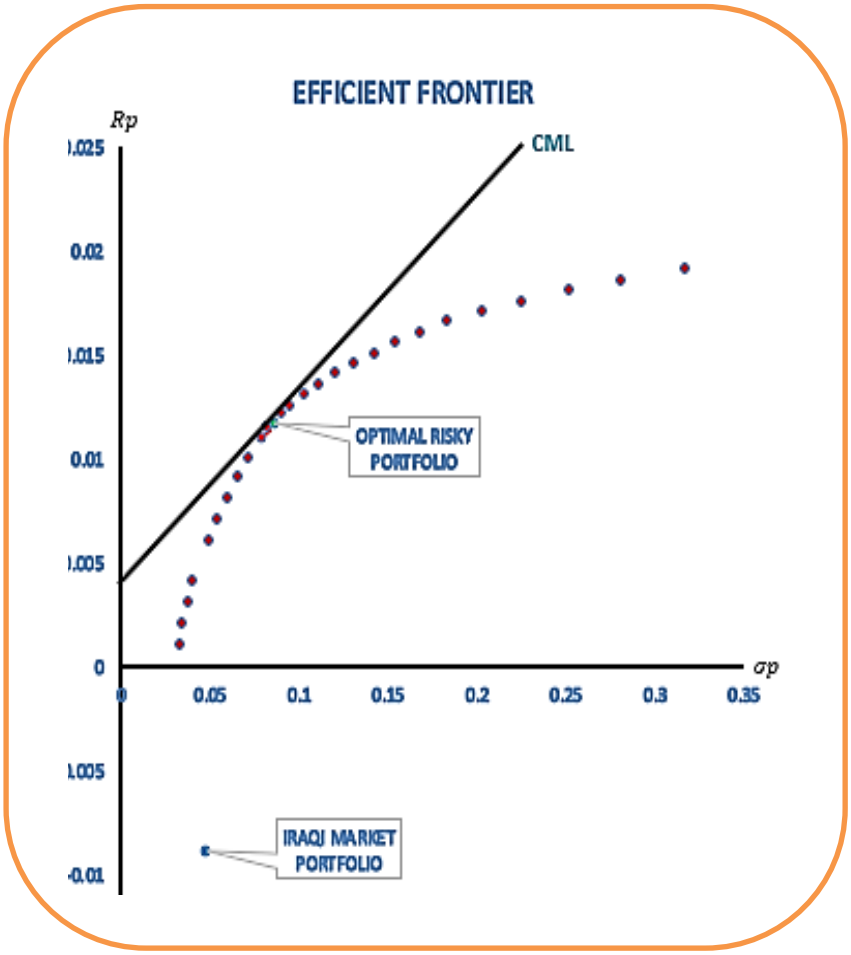
القيد الاول: مجموع اوزان مكونات المحفظة ينبغي أن يساوي الواحد الصحيح وبما يضمن استثمار كامل مبلغ المستثمر كما اشترط ماركويتز ذلك .

القيد الثاني ينص بأن وزن كل ورقه بالمحفظة ينبغي أن لا يزيد عن لواحد الصحيح .

القيد الثالث يتمم القيد السابق باشتراطه عدم إمكانية الحصول على وزن سالب لمكونات المحفظة، اذان البيع القصير غير مسموح به طبقاً لاشتراطات ماركويتز .

اما القيد الرابع فهو الأهم وذلك لأهمية المفتاح الذي تبدأ به الخوارزمية في اطار سعيها لحل المشكلة .. هذا القيد ينص بأن عائد المحفظة المطلوب بناؤها ينبغي ان يساوي العائد المستهدف (TR^*_P) .

بمعنى ان الخوارزمية بالإضافة لمدخلات ماركويتز سالفة الذكر بحاجة لمعرفة كم هو العائد المطلوب تحقيقه في هذه المحفظة . والسؤال هو من اين يجري الحصول على هذا العائد ؟ وبكم عائد ينبغي ان نجرب ؟ بطبيعة الحال فأن عائد المحفظة يجب ان يكون ممكناً بمعنى انه مستمد من اصل البيانات المدروسة . وبالعودة للمبحث الأول وترتيب عائدات الأسهم عينة الدراسة تصاعدياً او تنازلياً يتبين كم هو اعلى مستوى للعائد وكم هو ادنى مستوى له ومن ثمَّ فأن العائدات المستهدفة يجري اختيارها من ضمن هذا المدى . بعد اختيار العائد المستهدف للمحفظة الكفؤة المطلوب بناؤها. فأن الخوارزمية حينئذ تفهم ان المطلوب بناء محفظة تحقق هذا العائد المستهدف وتحقق بذات الوقت ادنى مخاطرة وذلك عبر التغيير والتعديل المتكرر للأوزان وفقاً للقيود الثلاث الباقية الى ان يجري الوصول الى لمحفظة تحقق العائد المستهدف الذي يضمن تدنية مخاطرتها وأن اوزان مكونات هذه المحفظة ليست سالبة وقيمتها اكبر من او يساوي الصفر واصغر من او يساوي الواحد الصحيح وان مجموع اوزان المكونات هو الواحد الصحيح. ختاماً وقبل البدء بتشغيل الخوارزمية قد يثار تساؤل عن منطقية اختيار العائد المستهدف من مدى عوائد الأسهم عينة الدراسة. اذ وكما هو معلوم فأن عائد المحفظة هو المتوسط الموزون لعائدات المكونات، ومن ثمَّ فأن عائد اي محفظة يجري بناؤها من أي مجموعة من الأسهم ما هو الا عائد واقع بين اعلى عائد وادنى عائد في هذه المكونات. اما بخصوص عدد العائدات المستهدفة ، فأن العدد يقرره إمكانية الحد الكفؤ لماركويتز ، اذ ان الخوارزمية في كل محاولة تنتهي بمحفظة كفؤة عبر حساب عائدها ومخاطرتها وتحديد اوزان مكوناتها . وبالنسبة اليها فسوف نقوم باختيار (27) عائد مستهدف وبناء (27) محفظة كفؤة بالاستناد الى الخوارزمية , كل واحدة منها عبارة عن زوج مرتب من العائد والمخاطرة ، والشكل (1) يوضح الحد الكفؤ لماركويتز عبر تمثيل الأزواج المرتبة للمحافظ الكفؤة الـ(27) والنتيجة ظاهرة في الشكل (1)

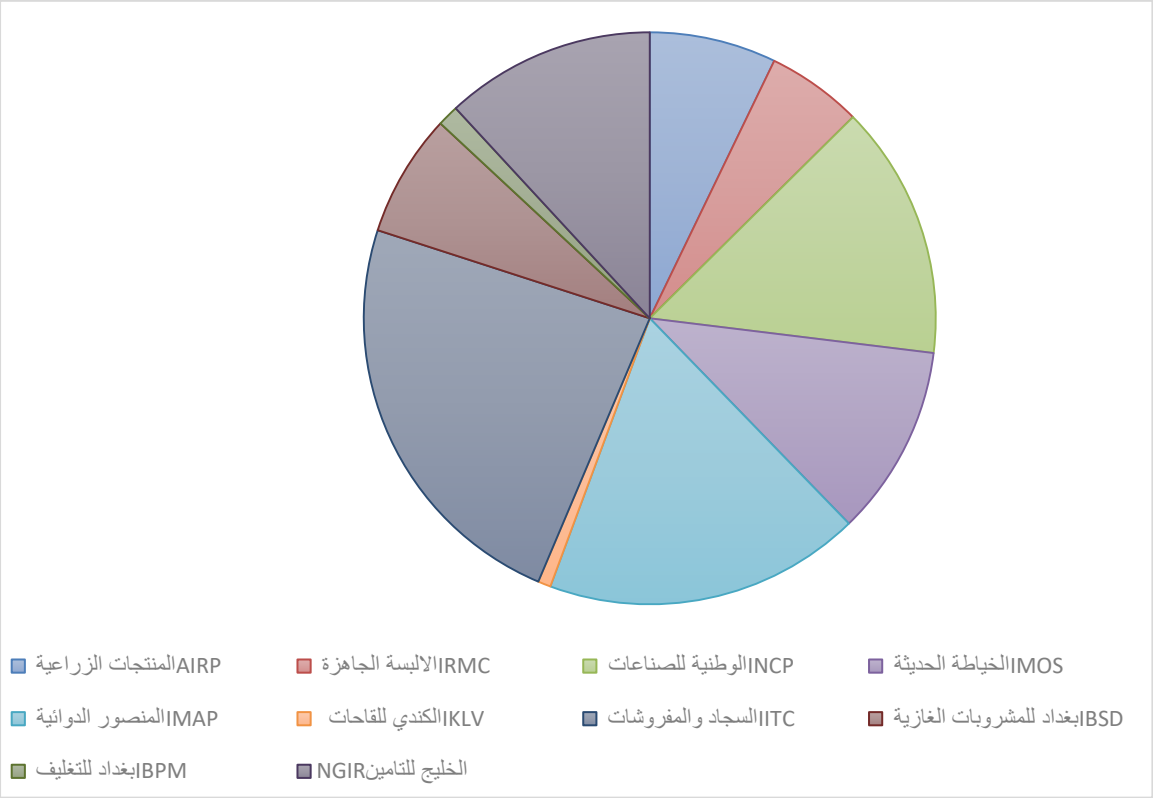


الشكل (1) شكل الحد الكفؤ لماركويتز طبقاً لخوارزمية(GRG)اللاخطية

المصدر: من اعداد الباحثة

يتضح من الشكل التفوق الواضح للمحافظ المبنية باستعمال خوارزمية (GRG) بالمقارنة مع محفظة السوق ، وبضوء المعدل الخالي من المخاطرة تم رسم خط سوق راس المال (CML) والذي يمس الحد الكفؤ لماركويتز عند المحفظة الخطرة المثلى وكما هو واضح في الشكل (3-55)

هذه المحفظة الخطرة المثلى هي بعائد(1.17%) ومخاطرة (8.60%) ومكونة من (10) سهم ويعرض الشكل البياني (2) اوزان هذه المحفظة



الشكل (2) اوزان مكونات المحفظة لخطرة المثلى

المصدر: من اعداد الباحثة

ويتجلى من الشكل حقيقة ان هذه المحفظة لا تضم سوى (10) اسهم من اصل الصيغة البالغة (39) سهماً وهي تضمن تحقيق اعلى قيمة لمؤشر شارب مقارنة بأقرانها من المحافظ وكما هو ظاهر في الجدول (2) ما يؤكد قدرة خوارزمية (GRG) اللاخطية على بناء المحفظة الخطرة المثلى لدى جميع المستثمرين والتي من المفترض ان تمثل محفظة السوق الفعلية لسوق العراق للأوراق المالية وهذا يدعوا الى رفض فرضية الدراسة الاولى كما ويؤكد ان مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي ليس محفظة كفؤة فضلاً عن المثلى طبقاً لمدخل ماركويتز وهذا يدعوا الى رفض فرضية الدراسة الثانية

الجدول (2) قيم مؤشر شارب للمحافظ الكفؤة المبنية باستعمال خوارزمية (GRG)

Portfolio	R	SD	RF	SHARPE
1	1.91%	31.76%	0.003729	0.04834
2	1.85%	28.15%	0.003729	0.052481
3	1.80%	25.24%	0.003729	0.056531
4	1.75%	22.61%	0.003729	0.060917
5	1.70%	20.33%	0.003729	0.065271
6	1.65%	18.44%	0.003729	0.069256
7	1.60%	16.87%	0.003729	0.072731
8	1.55%	15.49%	0.003729	0.07598
9	1.50%	14.26%	0.003729	0.079047
10	1.45%	13.12%	0.003729	0.082099
11	1.40%	12.09%	0.003729	0.084946
12	1.35%	11.17%	0.003729	0.087449
13	1.30%	10.35%	0.003729	0.089607
14	1.25%	9.60%	0.003729	0.091343
15	1.21%	9.04%	0.003729	0.092298
16	1.17%	8.60%	0.003729	0.092663
17	1.14%	8.28%	0.003729	0.092618
18	1.10%	7.91%	0.003729	0.091957
19	1.00%	7.21%	0.003729	0.086998
20	0.90%	6.60%	0.003729	0.079809
21	0.80%	6.03%	0.003729	0.070877
22	0.70%	5.48%	0.003729	0.059696
23	0.60%	4.97%	0.003729	0.045659
24	0.40%	4.13%	0.003729	0.006552
25	0.30%	3.81%	0.003729	-0.01913
26	0.20%	3.55%	0.003729	-0.04874
27	0.10%	3.37%	0.003729	-0.08108
Market portfolio	**-0.89%**	**4.74%**	**0.003729**	**-0.26568**

المصدر : من اعداد الباحثة

5. الاستنتاجات والتوصيات

1.5 الاستنتاجات

1- استطاعت خوارزمية (GRG) اللاخطية من اشتقاق الحد الكفؤ لماركويتز واسقاط خط سوق راس المال (CML)علية بالشكل الذي مكن وبكل سهولة من تحديد المحفظة الخطرة المثلى محفظة السوق الفعلية) لجميع المستثمرين وتطلب ذلك رفض فرضية الدراسة الاولى .

2- نجاح خوارزمية (GRG) اللاخطية في الكشف عن هوية واوزان مكونات المحفظة الخطرة والتي تقدم افضل مبادلة بين العائد والمخاطرة (مقاسة بمؤشر شارب) و اكدت بشكل لا يشوبه الشك عدم كفاءة ، ناهيك عن أمثلية مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي ، ومن ثمَّ فهو لا يمثل محفظة السوق الخطرة المثلى الفعلية وفقاً لطروحات نظرية المحفظة الحديثة وهو ما دعى الى رفض فرضية الدراسة الثانية

3- اثبتت النتائج التجريبية دقة المبادئ التي طرحها ماركويتز ولعل من أهمها ان البناء الكفؤ للمحافظ يقوم على الكيف لا على الكم . فقد اثبت بالدليل العلمي انه وعلى الرغم من ان المحفظة الخطرة المثلى المبنية بخوارزمية (GRG) اللاخطية مكونة من (10) اسهم فقط الا انها تفوقت على محفظة السوق المالية المكونة من (60) سهماً

4- اكدت النتائج التجريبية ميزة خوارزمية (GRG) اللاخطية في التجسيد العملي لطروحات نظرية المحفظة الحديثة لناحية نجاحها في بناء محافظ الأسهم ذات العائدات الأعلى على سبيل المثال المحفظة الخطرة المثلى المبنية وفقاً للخوارزمية ضمنت 10 اسهم منها (8) اسهم تعود لقطاع الصناعة و(2) منها تعود لقطاعي التامين والزراعة ، وان اسهم هذه الشركات تتمتع بالخصائص المذكورة انفاً.

2.5 التوصيات

1. توصي الدراسة المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية بتبني خوارزمية (GRG) اللاخطية كونها استطاعت اشتقاق الحد الكفؤ لماركويتز واسقاط خط سوق راس المال (CML)علية بالشكل الذي مكن وبكل سهولة من تحديد المحفظة الخطرة المثلى (محفظة السوق الفعلية) لجميع المستثمرين.

2. توصي الدراسة اعتبار المحفظة الخطرة المثلى التي جرى بناؤها بواسطة خوارزمية(GRG) اللاخطية محفظة السوق الخطرة المثلى والتي تحقق افضل مبادلة بين العائد والمخاطرة (مقاسة بمؤشر شارب) ، كون خوارزمية (GRG) اللاخطية اكدت بشكل لا يشوبه الشك عدم كفاءة و امثلية مؤشر سوق العراق للأوراق المالية الحالي ، ومن ثمَّ فهو لا يمثل محفظة السوق الخطرة المثلى الفعلية وفقاً لطروحات نظرية المحفظة الحديثة .

3. يجب الاهتمام بكيفية اختيار الأوراق المالية الداخلة في بناء المحفظة لا على عددها ، والدليل على ذلك المحفظة الخطرة المثلى المبنية بخوارزمية (GRG) اللاخطية مكونة من (10) اسهم فقط الا انها تفوقت على محفظة السوق المالية المكونة من (60) سهماً ، وهو ما يكشف عن دقة المبادئ التي طرحها ماركويتز

4. ضرورة اختيار الأسهم ذات العائدات الأعلى عند بناء المحافظ الأسهم على سبيل المثال المحفظة الخطرة المثلى المبنية وفقاً لخوارزمية (GRG) اللاخطية ضمنت 10 اسهم منها (8) اسهم تعود لقطاع الصناعة و(2) منها تعود لقطاعي التامين والزراعة ، وإنَّ اسهم هذه الشركات تتمتع بذات الخصائص ، وهذا ما تميزت به خوارزمية (GRG) اللاخطية في تجسيدها العملي لطروحات نظرية المحفظة الحديثة .

المصادر

الكتب

1- Maginn, John L., et al., eds. Managing investment portfolios: a dynamic process. Vol. 3. John Wiley & Sons, 2007.

2- Hagin, Robert L. "Investment managment : Portfolio Diversification, Risk, and Timing—Fact and Fiction , John Wiley & Sons, Inc. ,2004 .

3- Francis, Jack Clark, and Dongcheol Kim. "Modern portfolio theory: Foundations, analysis, and new developments". Vol. 795. John Wiley & Sons, 2013.

4- Corrado , Charles J. and Jordan , Bradford D. , "Fundamentals of Investments", 2nd ed , Mcgraw-Hill , 2001.

5- Reilly, Frank K., and Keith C. Brown. , "Investment Analysis and Portfolio Management " ,6th ed Cengage Learning, 2011.

6- Hiriyappa, B. "Investment management: Securities and portfolio management". New Age International (P) Limited, Publishers, 2008.

7- Jones, Charles P." Investments: analysis and management". 12 ed John Wiley & Sons, 2013.

البحوث المنشورة

1- OSAYI, Valentine Igbinedion, Hyeladi Stanley EZUEM, and Moyotole Daniel. "Risk Management Approach and Banks' Portfolio Investment Performance in Nigeria." Risk Management 10.6 (2019).

2- Markowitz , Harry ," Portfolio Selection" , The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.

3- Han , Bai , "How MPT Works in Reality?", A thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Master of Science in Statistics , UNIVERSITY OF CALIFORNIA, Los Angeles ,2013

4- Michaud, Richard O. "The Markowitz optimization enigma: Is 'optimized'optimal?." Financial analysts journal 45.1 (1989): 31-42.

5- Anagnostopoulos, K. P., and G. Mamanis. "Finding the efficient frontier for a mixed integer portfolio choice problem using a multiobjective algorithm." (2009).

6- Pinate, Marinella and Oscar Oropeza , Portfolio Construction Modern Portfolio Theory , Fall 2013.

7- Elton, Edwin J., Martin J. Gruber, and Manfred W. Padberg. "Simple criteria for optimal portfolio selection." The Journal of Finance 31.5 (1976): 1341-1357.

8- Du Plessis, A. J., and Michael Ward. "A note on applying the Markowitz portfolio selection model as a passive investment strategy on the JSE." Investment Analysts Journal 38.69 (2009): 39-45.

9- Maia, A. , Ferreira E. , Oliveira M.C., Menezes L.F. , A. Andrade-Campos ,"Numerical optimization strategies for springback compensation in sheet metal forming." Computational methods and production engineering. Woodhead Publishing, 2017. 51-82.

10- Yeniay, Ozgur. "A comparative study on optimization methods for the constrained nonlinear programming problems." Mathematical Problems in Engineering 2005.2 (2005): 165-173.

11- Lasdon, Leon S., Waren A.D ,Jain Arvind and Ratner Margery, "Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear

programming." Ttchnical report sol 76-5,systems optimiation laboratory department of operations research, 1975 .

12- Lasdon, Leon S., Waren A.D ,Jain Arvind and Ratner Margery, "Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming." ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS) 4.1 (1978): 34-50.

13- Mantell, J. B., and Leon S. Lasdon. "A GRG algorithm for econometric control problems". No. c10545. National Bureau of Economic Research, 1977.

البحوث غير المنشورة

1. Swaminathan, S. Sivarajan , "Risk Tolerance, Return Expectations and Other Factors Impacting Investment Decisions" , A thesis submitted to the University of Manchester for the degree of Doctor of Business Administration in the Faculty of Humanities , 2018.

الانترنت

1. http://www.isx-iq.net